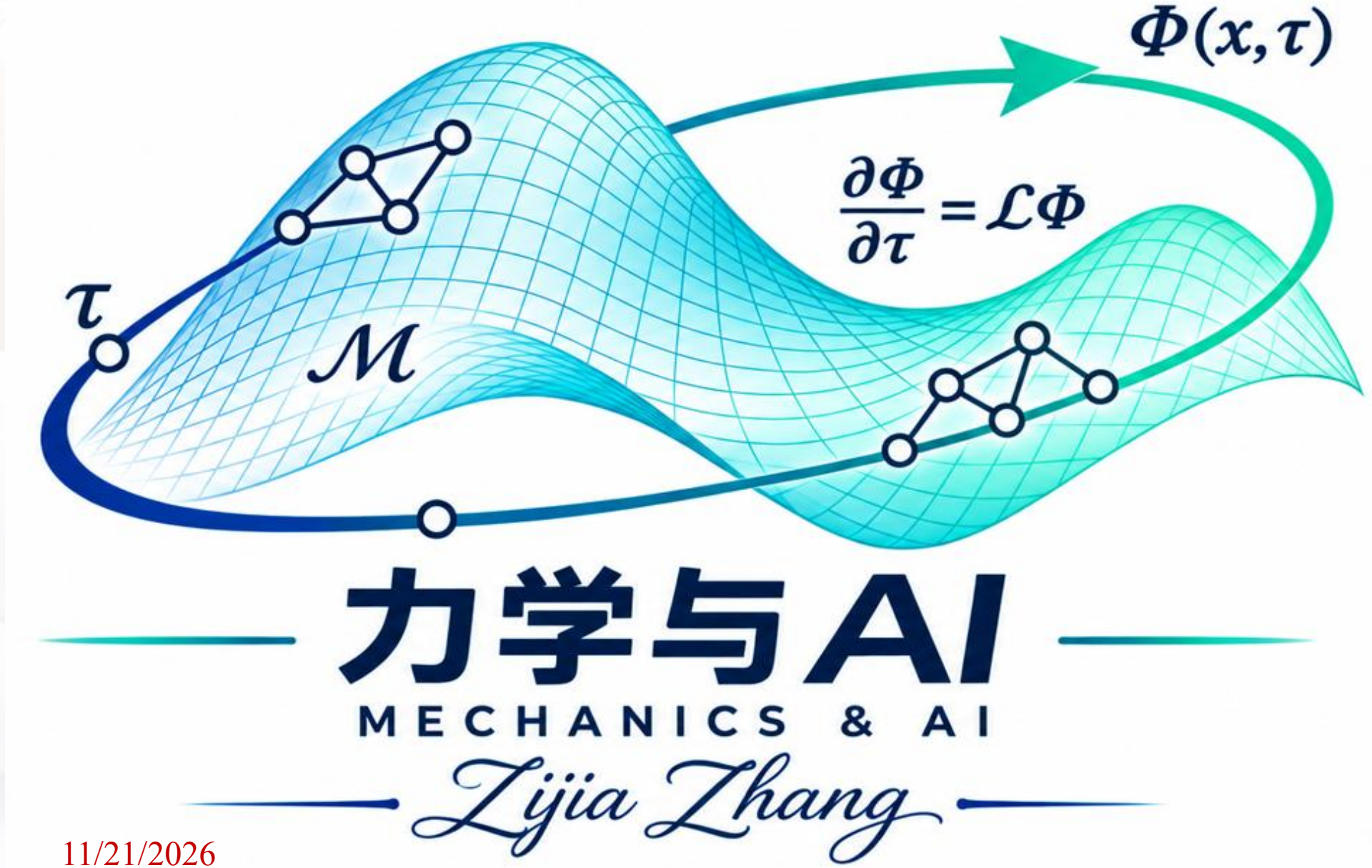
力学与AI


$\Phi(x,\tau)$
$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} = \mathcal{L}\Phi$
τ
$\mathcal{M}$
力学与AI
MECHANICS & AI
Zijia Zhang

力学与AI
MECHANICS & AI
Zijia Zhang

从微元体到流形：力学的路径，能否用于大语言模型?

经典力学：从分解到求解

① 分解系统
将物理现象分解为微元体，定义状态与相互作用。

② 建立控制方程
依据第一性原理和物理规律，建立封闭、相容的微分方程组。

③ 求解与几何表示
解通常是函数；其图像可表现为曲线、曲面或更高维流形。

④ 初始与边界条件
在适定性条件满足时，可获得唯一、稳定的解。

大语言模型：已完成与待探索

① Token：系统分解出的“微元体” ✓

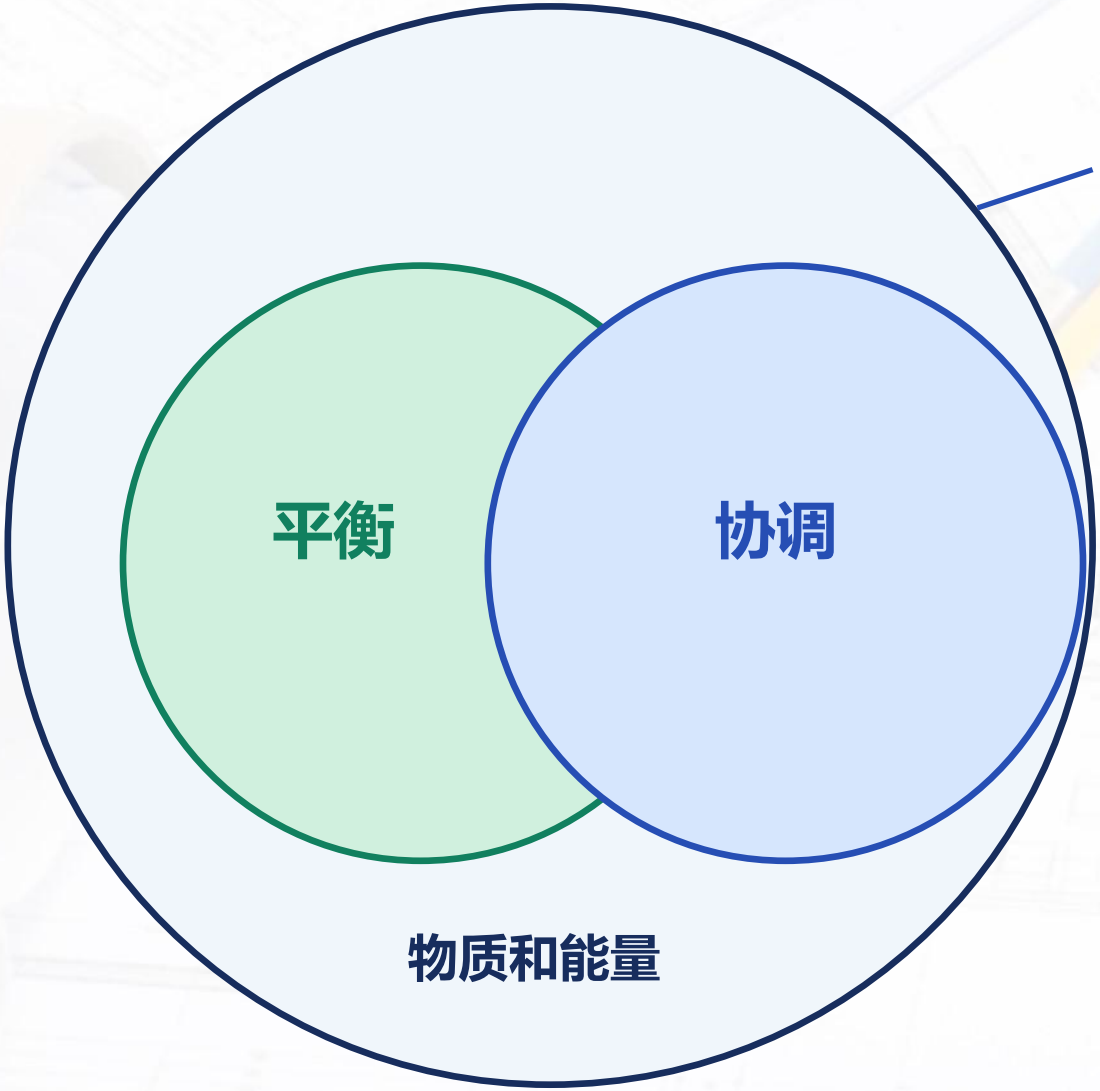
② 能否建立类似的偏微分方程?

③ 方程的解会是什么形状?

④ 什么是LLM的边界条件和初始条件?

核心研究问题：从离散 Token 出发，能否建立连续流形、控制方程，并描述语义演化?

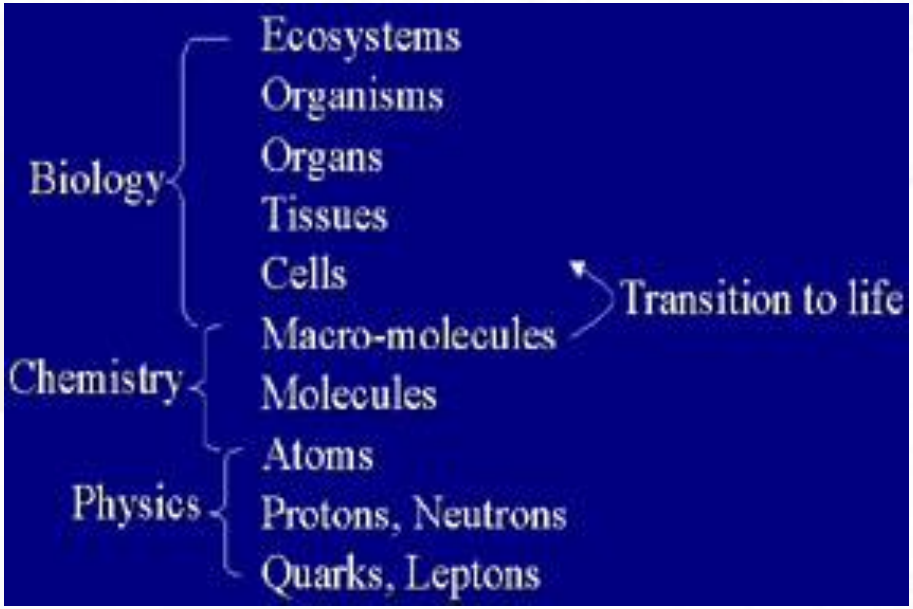
什么是系统？ What Is a System?

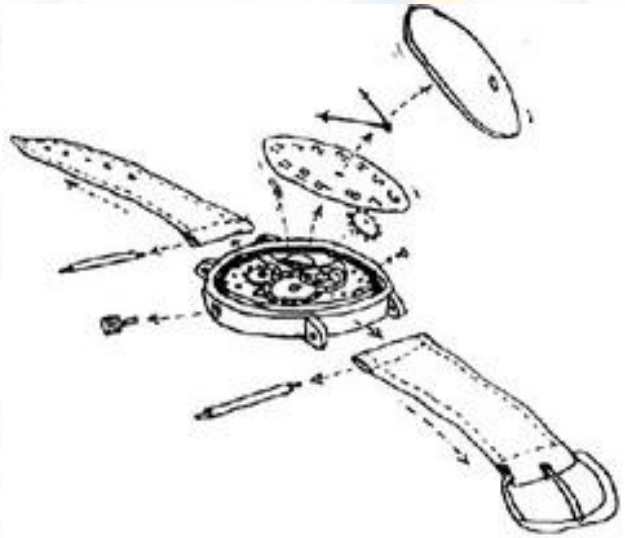


边界条件

物质与能量的守恒，以及它们通过系统边界与外界的交换，是系统分析的重要工具。

Tool 1: Decomposition – Reductionism



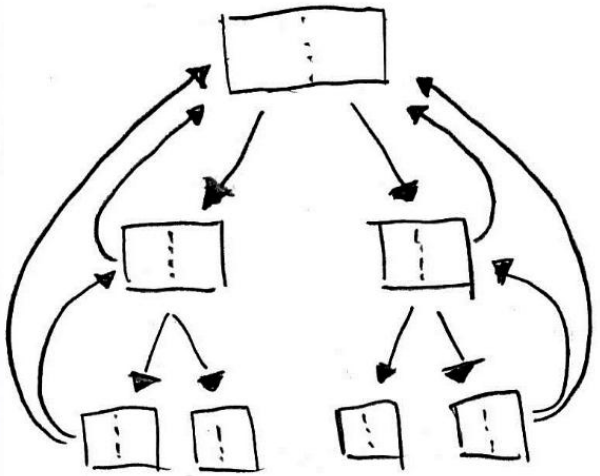


REDUCTIONISM

Whole = Sum of Its Parts

- classical Newtonian Physics
- matter as discrete particles
- atomic / subatomic building blocks
- standard for scientific investigation
- foundation for all human systems

WBS



力学与AI
MECHANICS & AI
Zijia Zhang

从观察到控制方程：科学认识的四个阶段

01 观察与数据

Observation & Data

02 经验规律

Phenomenology

03 理论框架

Governing Theory

04 数学形式化

Predictive Formalization

伽利略：观察与实验 → 开普勒：经验规律 → 牛顿：统一理论与定量预测

第一性原理与类比法

- **第一性原理：**从基本规律出发，建立控制方程，但往往需要漫长的探索过程。
- **类比法：**借鉴自然界的成熟方案（如仿生学），提供一条更快捷的路径。
- 本质上，类比法属于**唯象论**（Phenomenology），从现象与类比出发，直接建立数学描述。



自然的设计
(Evolution)



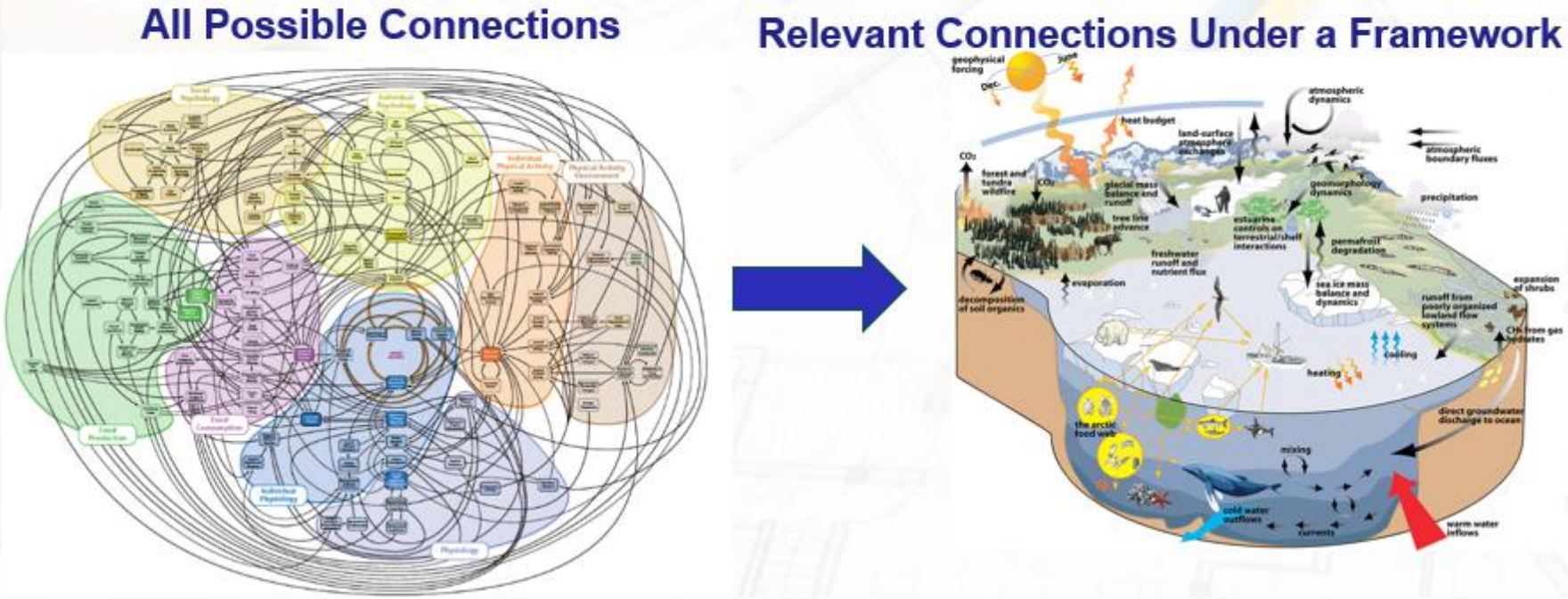
工程的应用
(Biomimetics)



通过类比法从唯象论直接进入数学描述，可以跨过漫长的物理控制方程探索之路。

语言的演化与内在结构

Language Evolution and Latent Structure

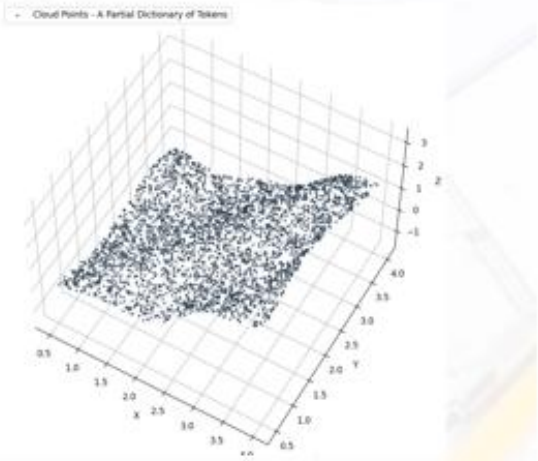


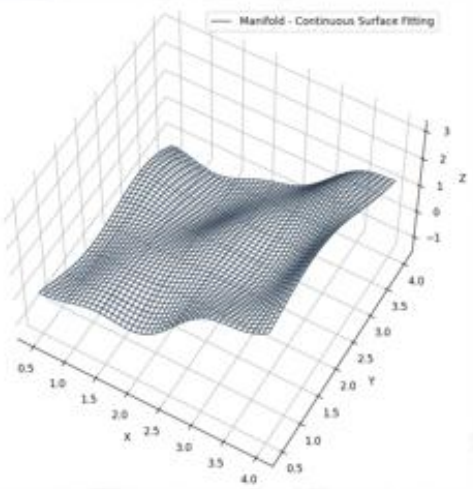
演化不断筛选并强化某些关联 → 语言结构可能并非随机

First Ambient Space $A_1 = \mathbb{R}^r$

从离散 Token 向量到连续可微流形

Token String	Token ID	Embedded Token Vector
'<s>'	0	[0.1150, -0.1438, 0.0555, ...]
'<pad>'	1	[0.1149, -0.1438, 0.0547, ...]
'</s>'	2	[0.0010, -0.0922, 0.1025, ...]
'<unk>'	3	[0.1149, -0.1439, 0.0548, ...]
'.'	4	[-0.0651, -0.0622, -0.0002, ...]
' the'	5	[-0.0340, 0.0068, -0.0844, ...]
','	6	[0.0483, -0.0214, -0.0927, ...]
' to'	7	[-0.0439, 0.0201, 0.0189, ...]
' and'	8	[0.0523, -0.0208, -0.0254, ...]
' of'	9	[-0.0732, 0.0070, -0.0286, ...]
' a'	10	[-0.0194, 0.0302, -0.0838, ...]
		...





N x d Matrix

- Token embeddings form a point cloud in the ambient space R^r
- Because of semantic structure, the points are concentrated in a lower-dimensional region.

研究假设：Token 点云可由低维可微流形近似

Second Ambient Space $A_2 = \mathbb{R}^r \times \mathbb{R}_\tau$

Introducing Pseudo-Time — From Geometry to Dynamics

空间 $\mathbb{R}^r$

Token 向量与语义流形
空间维度可相互耦合

伪时间 τ

独立引入的演化参数
不是现实中的物理时间

$$\partial\Phi/\partial\tau = F(\Phi, \nabla_m\Phi, \Delta_m\Phi, \ldots)$$

Analogy — Candidate Partial Differential Equations

类比给出候选方程；第一性原理赋予方程各项意义

Physical Analogy

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \kappa \nabla^2 \Phi$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \Phi \qquad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial \Phi}{\partial t} = c^2 \nabla^2 \Phi$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + u \cdot \nabla \Phi = 0$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial \Phi}{\partial t} + u(t) \cdot \nabla^2 \Phi = \nabla \cdot (K \nabla \Phi) + S(t)$$

Back to First Principles

?

$$\nabla^2 \Phi = \nabla \cdot \nabla \Phi \qquad \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

Heat Transfer (Diffusion)

Heat Transfer (Diffusion)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$$

ρ Density of the material
C_p Specific heat capacity
k Thermal conductivity of the material
α Diffusivity coefficient

Analogy for LLM

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \kappa \nabla^2 \Phi$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \kappa \nabla_M^2 \Phi$$

Φ semantic potential
κ semantic diffusivity
∇_M^2 Laplace–Beltrami operator on M

力学与AI
MECHANICS & AI
Zijia Zhang

Solving the PDE — Deep Learning & Prompts

学习各向异性参数，并探索提示词如何成为数学约束

$$\partial \Phi / \partial \tau = \nabla_m \cdot (K(x, \Phi) \nabla_m \Phi) + S(x, \tau)$$

深度学习：估计参数

各向异性张量 K
不同方向的系数及耦合项

Prompt：提供约束

边界条件 / 初始条件 / 源项
需要建立明确的映射关系

候选方程 + 数据学习 + 提示词约束 → 可检验的预测

How to Define Potential Φ

1. What is the space, and what is the field?
2. How is the scalar field Φ connected to the manifold location p?

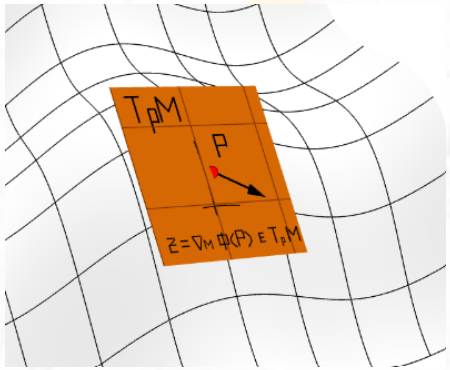
Heat-transfer analogy

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T$$

In heat transfer, T is a scalar field defined over a given Euclidean space.

$$\xi = \nabla_M \Phi(p) \in T_p M$$

First LLM prototype



$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \kappa \nabla^2 \Phi$$

力学与AI
MECHANICS & AI
Zijia Zhang

这项研究的贡献

提出一条从 Token 到演化方程的研究路径

01 几何假设 · Geometric Hypothesis

用连续可微流形近似离散 Token 向量的结构

02 伪时间 · Pseudo-Time

引入独立演化参数，扩展为时空数学描述

03 PDE 与学习 · Equations & Learning

类比候选方程，学习参数，探索 Prompt 约束

本研究的局限

Limitations & Open Questions

如果存在可微结构…

可以定义切空间、梯度、曲率与 PDE 算子

如果结构不光滑…

离散跃迁、奇点或复杂拓扑可能限制模型有效性

Is language geometry adequately modeled by a differentiable manifold?

Questions?